EMMY NOETHER

La algebrista ideal

José María Rodríguez Segura
MA0911 Historia de la Matemática, Departamento de Enseñanza de la Matemática
Escuela de Matemática, Universidad de Costa Rica

Vida de Emmy Noether

Emmy Amalie Noether nació el 23 de marzo de 1882 en Erlanger, Bavaria, Alemania. Tuvo una vida difícil por ser mujer y estudiar matemática en una sociedad predominantemente patriarcal, por ser alemana en el periodo entre guerras y por ser judía en el periodo nazista del gobierno alemán.
Estudió en Erlanger y en Göttingen, donde también enseñó clases sin percibir salario y sin ser reconocida como profesora oficialmente debido a su género, por mucho tiempo. En 1932 fue la única mujer invitada a dar una lectura plenaria en el Congreso Internacional de Matemática en Zurich.
Vivió refugiada, huyendo del nazismo, y enseñando en los Estados Unidos sus últimos años, hasta que murió el 14 de abril de 1935, tras complicaciones de un cáncer uterino.

Anillos e Ideales

Noether no fue la primera en dar una definición abstracta de lo que era un anillo (conmutativo), pro logra remover algunos axiomas irrelevantes de definiciones anteriores, para dar así una versión más moderna de este objeto matemático.
Para ella, una anillo R es un sistema cerrado bajo dos operaciones abstractas suma $(+)$ y producto $(\cdot)$, las cuales deben satisfacer las siguientes condiciones:

1. La suma es asociativa: $(a+b)+c = a+(b+c)$
2. La suma es conmutativa: $a+b = b+a$
3. El producto es asociativo: $(a\cdot b)\cdot c = a\cdot(b\cdot c)$
4. El producto es conmutativo: $a\cdot b = b\cdot a$
5. Hay una ley distributiva del producto con respecto a la suma: $a\cdot(b+c) = a\cdot b + a\cdot c$
6. $\forall a, b \in R$, existe un único elemento $x \in R$ que satisface la ecuación: $a + x = b$.

La definición actual de anillo difiere un poco de la planteada por Noether, pues la propiedad 5 ya no es indispensable y las propiedades 1, 2 y 6 se enuncian diciendo que $(R,+)$ es un grupo. Con esta definición, el estudio de los anillos fue transformado en una teoría abstracta muy poderosa y en uno de los pilares de las matemáticas modernas.
Emmy es reconocida fundamentalmente por sus contribuciones a la teoría de ideales. Ella define un ideal en un anillo R como un subconjunto I no vacío tal que $a, b \in I$ y entonces $a-b, r\cdot a, a\cdot r \in I \ \forall r R$.
Por ejemplo, el conjunto de los números enteros $\mathbb{Z}$ es un anillo junto con las operaciones usuales de suma y producto, pues no es difícil observar que se cumplen todas las propiedades de su definición. Note que el conjunto de los números enteros pares $(\mathbb{Z}_{2k})$ es un ideal de este anillo, pues la resta de dos números enteros pares da un número entero par y al multiplicar un número entero cualquiera con un número entero par, siempre su resultado será par.

1882 - 1935

Otros aportes

El Teorema de Noether en física teórica explica el origen de las leyes de conservación. Ella demostró que la simetría de un sistema juega un papel primordial en la conservación de magnitudes físicas, pues si un sistema presenta una simetría, éste cumple una ley de conservación.
Se puede comprender una simetría con el siguiente ejemplo: un cuadrado de pie con uno de los lados puesto sobre una mesa, al girarlo 90 grados en sentido horario o anti-horario, la configuración no es diferente a la otra, es decir, el cuadrado muestra una simetría frente a rotaciones de 90 grados. Si el cuadrado se gira 45 grados, la configuración resultante es distinta de la original y se dice que se ha roto la simetría.
Con esta noción, se puede entender ahora que lo que el Teorema de Noether afirma es que a cada simetría corresponde a una ley de conservación. Por ejemplo: la de los ejes de rotación corresponde a la ley de conservación del momento angular cuyo ejemplo clásico es el de la patinadora en el hielo que gira más (o menos) rápido, dependiendo de cómo dispone sus brazos y piernas. Como consecuencia del mencionado teorema, se deduce que la energía se conserva y se pueden hacer razonamientos similares para la conservación del momento lineal y de la carga.

Referencias

[1] D. Burton. *The History of Mathematics.* McGraw-Hill, New York, 2011.

[2] A. Claret. *Emmy Noether: la (F)física correctamente simétrica.* Ciencia y Genios, CienciaEs.com, 2017.

[3] V. Katz. *History of Mathematics.* Addison-Wesley, Massachusetts, 2009.

[4] S. Krantz. *An Episodic History of Mathematics.* Notas, 2006.

[5] A. Ruiz. *Historia y Filosofía de las Matemáticas.* EUNED, San José, 2003.